

# INDAGINI GRANULOMETRICHE IN DEPOSITO VALANGHIVO: METODOLOGIA DI RILIEVO E ANALISI FRATTALE

**Valerio De Biagi,  
Barbara Frigo,  
Bernardino Chiaia**

DISEG - Dipartimento di Ingegneria  
Strutturale, Edile e Geotecnica,  
Politecnico di Torino, Italia

Fenomeni con proprietà di invarianza di scala sono comuni in natura e la geometria frattale è lo strumento matematico più adatto a descriverli. Il flusso valanghivo non fa eccezione e può essere visto come un mix di grani e relativi aggregati che possono essere frantumati o sinterizzati. La conoscenza delle interazioni granulari del flusso è da sempre necessaria per la comprensione della dinamica valanghiva. Si presenta qui di seguito un modello frattale per la descrizione della distribuzione granulometrica del deposito valanghivo basato sul concetto di probabilità di aggregazione. Grazie alla particolare metodologia di rilievo della granulometria superficiale, è possibile verificare come il modello riesca a mettere in luce l'azione di setacciatura compiuta dalla valanga durante il moto verso valle.



## INTRODUZIONE

Il manto nevoso è costituito da strati di neve che, dopo i processi di fratturazione e innesco, si muovono verso valle come un fluido granulare. Le proprietà fisiche dei grani che compongono questo fluido e che ne condizionano la dinamica, sono: la forma, la dimensione e la durezza. A partire dagli Anni Ottanta, la quantificazione dei parametri di attrito per i modelli di dinamica tiene in considerazione la presenza di interazione tra i grani (Salm e Gubler, 1985; Norem e altri, 1987). Issler e altri (2008) hanno illustrato come il moto ed il percorso della valanga lungo il pendio variano secondo le proprietà granulometriche del fluido: in tale senso, la componente densa del corpo della valanga e gli strati di saltazione possono avere differente percorso a seconda della topografia del sito. Più recentemente, alcuni modelli di dinamica hanno seguito l'evoluzione dell'energia legata all'interazione tra i grani nel corpo della valanga (Buser e Bartelt, 2009). Uno strato basale di grani ghiacciati con elevato attrito garantisce un rapido movimento verso valle degli strati superiori, all'interno dei quali tensioni tangenziali di debole intensità favoriscono la sinterizzazione dei singoli cristalli in blocchi di dimensioni maggiori (Rognon e altri, 2008).

Nella zona di deposito, la dimensione dei grani,  $\phi$ , è altamente variabile e può raggiungere valori superiori a 200 mm nel caso di blocchi solidi. Allo stesso modo, nelle valanghe in cui è presente uno strato di saltazione, si possono osservare grani di dimensione di poco superiore a quella dei singoli grani di neve. Bartelt e McArdell (2009) hanno mostrato come la distribuzione granulometrica di questi aggregati dipende dalla tipologia di valanga: in valanghe di neve asciutta, la dimensione mediana dei blocchi,  $\phi_{50}$ , è inferiore che nel caso di valanghe di neve bagnata. Jomelli e Bertran (2001) hanno analizzato il deposito di 25 valanghe di neve bagnata nelle Alpi francesi e hanno notato come la distribuzione verticale e trasversale dei grani all'interno della massa di neve movimentata presenta una specie di ordinamento in base alla dimensione degli stessi. Emerge, infatti, una specie di setacciatura. I grani di dimensione maggiore tengono ad essere riportati verso la superficie, mentre le particelle di dimensioni inferiori sono movimentate negli strati più prossimi al terreno (Fig. 1).

Indagini granulometriche sono generalmente compiute nel settore scientifico della geotecnica. L'analisi dei suoli richie-

de spesso la valutazione delle dimensioni e la quantificazione della percentuale di particelle con una data dimensione. Questo consente, infatti, di classificare i terreni in argille, limi, sabbie e ghiaie. Operativamente, un campione di suolo è vagliato con setacci di differente apertura; la frazione di suolo intercettata da ciascun setaccio è pesata e confrontata con il peso totale del campione analizzato. I dati sono riportati su assi semi-logaritmici, da cui prendono forma le curve cumulative log-normale, di Weibull e di Pareto utili per l'interpretazione del dato. Turcotte (1997) ha analizzato i risultati di indagini granulometriche compiute su campioni di oggetti frammentati (blocchi di quarzo, gneiss, granito, porzioni di asteroidi, argille, till glaciale, polveri, ecc.) e ne ha riportato i valori delle curve cumulative su assi log-logaritmici, osservando come i punti relativi a ciascun oggetto frantumato possono essere interpolati da una legge di potenza ricondotta alla forma:

$$N \propto \frac{1}{r^D} \quad (1)$$

dove  $r$  è la dimensione delle particelle,  $N$  è il numero di particelle di dimensione superiore (o uguale) a quella considerata e  $D$  è la dimensione frattale (Mandelbrot,

*Fig. 1 - Valanga di P.ta Seehore, 23 febbraio 2013. Confronto tra la granulometria di deposito in due diversi punti della medesima valanga. A sinistra una immagine relativa alla parte alta del deposito in cui vi è notevole presenza dei grani di piccole dimensioni dello strato di saltazione, a destra un'immagine relativa alla parte bassa del deposito caratterizzata dalla presenza di un notevole numero di grani di dimensioni medio-grandi. Il riquadro nero ha dimensioni 90 x 90 mm (foto De Biagi).*

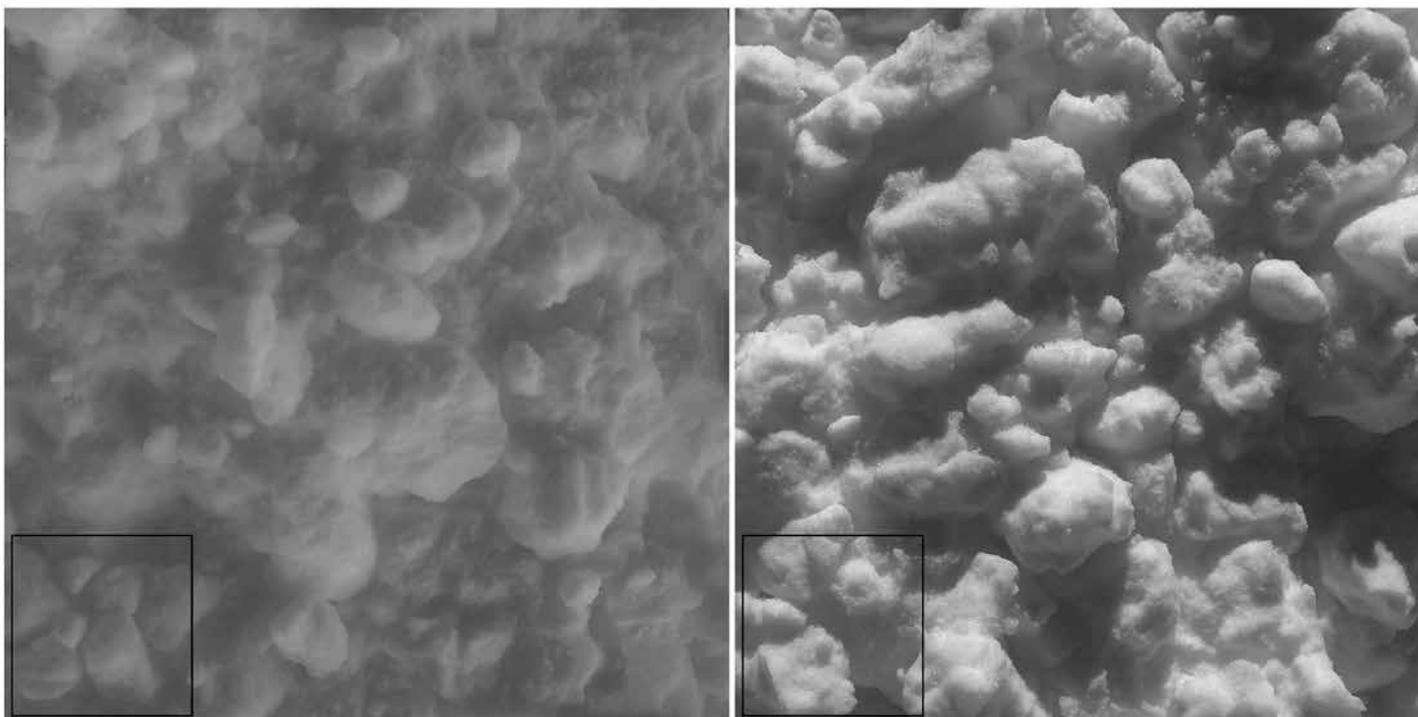




Fig. 2 - Valanga di P.ta Seehore, 23 febbraio 2013. Si riconoscono, nella zona di deposito, grani di dimensioni varie (foto De Biagi).

1982). In generale, la dimensione frattale appartiene all'insieme dei numeri razionali positivi, non necessariamente un valore intero.

La presenza di relazioni frattali in dinamica delle valanghe, in fisica ed ingegneria della neve è oggi una delle nuove frontiere della ricerca sul comportamento fisico/meccanico dei materiali fragili. I primi ad osservare un legame di tipo frattale nei processi valanghivi furono Rosenthal e Elder (2003) che, analizzando il comportamento di oltre 8000 valanghe lungo 140 percorsi, riscontrarono una relazione frattale tra altezza di frattura e numero di eventi di magnitudo superiore ad un valore di riferimento arbitrario, tendenza confermata Faillettaz e altri (2003) con 5000 osservazioni di valanghe nelle Alpi francesi per oltre 4 anni. La relazione tra meccanica della neve e frattali viene invece evidenziata da radiografie tridimensionali di provini cubici di manto nevoso di differente densità, grazie ai quali Chiaia e Frigo (2007) hanno introdotto un modello deterministico in grado di descrivere la distribuzione dei cristalli di ghiaccio. Il modello conferma come la dimensione frattale,  $D$ , sia il parametro che meglio descrive la distribuzione dei vuoti nel campione di neve, e come questo possa essere utilizzato nei legami di scala delle



Fig. 3 - Particolare del deposito valanghivo a conclusione del rilievo granulometrico della valanga di P.ta Seehore del 19 marzo 2011 (foto Frigo).

proprietà meccaniche della neve.

Sulla stessa linea, Carbone e altri (2009, 2010) hanno in seguito colto la casualità della struttura della neve attraverso modelli frattali casuali e spugne di Menger. La dimensione frattale e l'invarianza di scala della resistenza della neve sono state inoltre applicate all'ingegneria della neve (Chiaia e Frigo, 2009) al fine della definizione di un criterio fisico-statistico di innesco e distacco naturale di valanghe di neve a lastroni.

Il presente articolo illustra un modello matematico della distribuzione granulometrica dei grani di neve. Questi sono definiti da Barterl e McArdell (2009) come

aggregati solidi ed arrotondati di particelle di ghiaccio originatesi all'interno ed a seguito del movimento del fluido durante il fenomeno valanghivo.

## ESECUZIONE DI UN RILIEVO GRANULOMETRICO

Il rilievo della granulometria degli ammassi di neve presenti sulla superficie di un deposito di valanga è svolto utilizzando una tecnica comunemente utilizzata per la caratterizzazione della rugosità degli alvei fluviali e torrentizi (ADBPO). Tale approccio è stato applicato a depositi di valanghe di neve di diverso tipo da Bartelt e McArdell (2009).

Tab. 1 - Rilievo granulometrico della valanga di P.ta Seehore del 19 marzo 2011 (De Biagi et al, 2012): dati rilevati.

DATO RILIEVO		VALORE CUMULATO	
Classe diametro	N <sub>i</sub>	Classe diametro	N <sub>i</sub>
45 < φ < 65.5	3	φ > 45	100
65.6 < φ < 89.9	13	φ > 65.6	97
90 < φ < 127.2	19	φ > 90	84
127.3 < φ < 179.9	12	φ > 127.3	65
180 < φ < 254.5	22	φ > 180	53
254.6 < φ < 359.9	5	φ > 254.6	31
360 < φ < 508.9	9	φ > 360	26
509 < φ < 719.9	10	φ > 509	17
720 < φ < 1018.1	5	φ > 720	7
1018.2 < φ < 1440	2	φ > 1018.2	2

© AINEVA

La metodologia, nota come "metodo della griglia di campionamento", consiste nella stessa, su un'area granulometricamente omogenea, di un reticolo a maglia quadrata di lato 0,5 m, per un'estensione minima di 5x5 m. Supponendo che il grano abbia la forma di un ellissoide, si misurano le tre dimensioni principali del grano posto in corrispondenza di ciascun nodo della griglia. Il campionamento è considerato soddisfacente se sono eseguite le misure di almeno 100 elementi (Wolman, 1954). I valori di ogni singolo campionamento sono raggruppati in classi di granulometria in funzione del diametro medio di ciascun ammasso di cristalli di neve. Le classi granulometriche sono definite in base ad una progressione geometrica in base 2, sul modello della classificazione di Wentworth (1922). I grani di diametro inferiore a 45 mm non sono stati considerati poiché di difficile manipolazione (il grano deve essere preso in mano e ruotato senza essere danneggiato). Questa ultima ipotesi non invalida i risultati in quanto la massa della valanga è contenuta negli ammassi di grande diametro (Rognon e al., 2008) (Fig. 2).

In Tabella 1 si riportano i risultati di un campionamento eseguito sul deposito della valanga di P.ta Seehore (parte bassa del deposito) del 19 marzo 2011 (Fig. 3).

## MODELLO FRATTALE DI GRANULOMETRIA

Si supponga che il flusso della valanga sia inizialmente composto da piccole par-

ticelle di ghiaccio in grado di aggregarsi le une alle altre per formare dei grani di dimensione maggiore. Questa capacità è quantificata dal parametro  $a$ , definito come parametro di aggregazione, il cui significato è illustrato nel seguito.

Un simile comportamento che, come si vedrà in seguito, porta alla nascita di leggi di tipo frattale è stato messo in luce anche in materiali coesivi e in strutture biologiche, ad esempio in Logan e Wilkinson (1990). In generale, come anticipato, una distribuzione di tipo frattale può essere espressa come

$$N_i = \frac{C}{\phi_i^a} \quad (2)$$

dove  $N_i$  è il numero di oggetti con una dimensione lineare caratteristica  $\phi_i$  (ad esempio il diametro) e  $C$  è una costante (Mandelbrot, 1982; Turcotte, 1997). L'equazione (2) può essere definita come densità frattale ed è alla base del modello di granulometria proposto.

Supponiamo che i grandi aggregati di neve che si osservano nel deposito della valanga derivino dall'unione di particelle di dimensioni più piccole che, a loro volta, sono formati dall'aggregazione di particelle di dimensioni inferiori, e così via.

Come premesso, sia  $a$  la probabilità che, in un insieme di elementi di uguali dimensioni, le particelle si uniscano le une alle altre per formare grani di dimensione maggiore mediante il processo di sinterizzazione. Il valore  $a = 0$  è caratteristico della situa-

zione in cui nessuna particella tende ad aggregarsi mentre il valore  $a = 1$  indica che tutte le particelle si uniscono a formare grani di dimensioni maggiori. Valori intermedi sono possibili: in tale situazione coesistono sia aggregati, che singole particelle.

Fissato un valore di probabilità di aggregazione  $a$  (Fig. 4), è possibile definire una corrispondenza tra diametro,  $\phi_i$ , e numero di grani di dimensioni superiori,  $N_i$ , ossia

$$N_i = \frac{B}{\phi_i^{1-\frac{a}{a+1}}} = \frac{B}{\phi_i^a} \quad (3)$$

dove l'esponente di  $\phi_i$  rappresenta la dimensione frattale, variabile in funzione di  $a$ . Come prima conseguenza di una legge di tipo di potenza, estremamente elevato è il numero di elementi con dimensione media maggiore di un diametro prefissato molto piccolo, vedasi la curva rossa in Figura 5. Utilizzando la procedura di campionamento presentata nel precedente paragrafo, risulta un numero massimo di elementi relativamente contenuto (nel caso del 19 marzo 2011, 100), e questo è anche dovuto al limitato numero di osservazioni alle piccole scale. Tuttavia, alle scale maggiori emerge il comportamento frattale.

Questa transizione tra comportamento frattale lineare e valore costante può essere messa in luce da una legge del tipo multifrattale, quale la seguente

$$N_i = \frac{\alpha}{\left(1 + \frac{\phi_i}{\beta}\right)^\gamma} \quad (4)$$

Dall'analisi di dettaglio del comportamento, si trova che al parametro  $\alpha$  corrisponde un ipotetico numero di grani misurati in ciascun campionamento, il parametro  $\beta$  rappresenta la dimensione caratteristica dei grani di neve,  $\gamma$  è la dimensione multifrattale. La bontà di tale modello è riportata nel grafico di Figura 5 (linea azzurra).

## CONCLUSIONI

Si è mostrato come un modello frattale possa descrivere la distribuzione della granulometria di un deposito di materiale dotato di capacità di formare grani, o di sinterizzazione. Misurazioni in campo han-

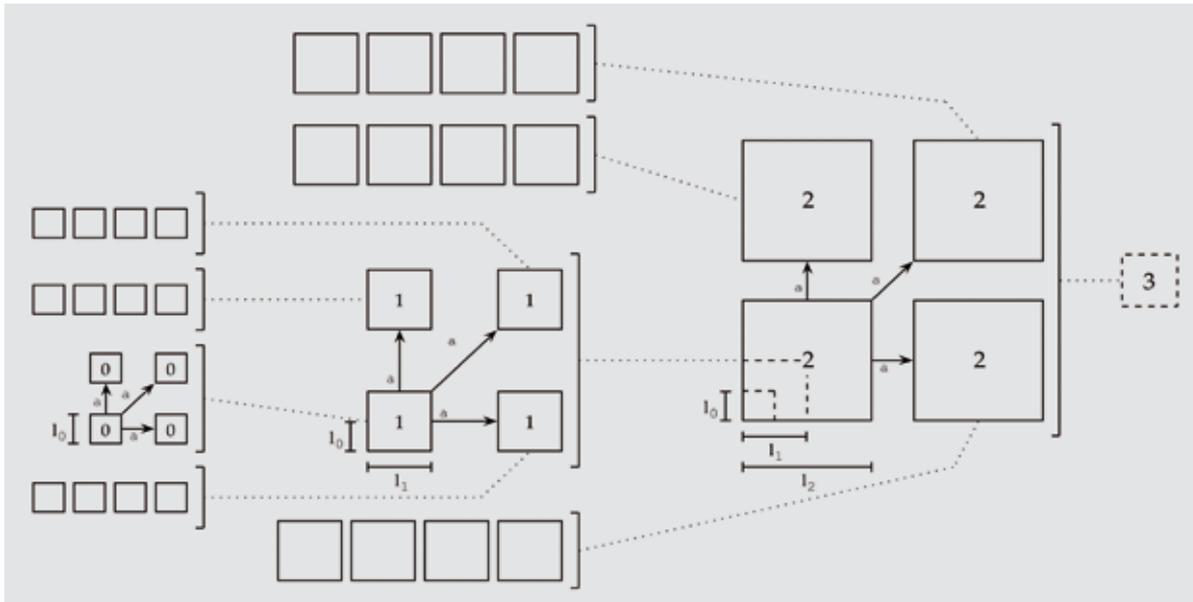


Fig. 4 - Modello frattale di granulometria. I grani di dimensioni inferiori (ad esempio i grani 0) si uniscono a formare grani di dimensioni maggiori (ad esempio i grani 1) con una probabilità  $a$  (De Biagi et al., 2012).

no inoltre evidenziato che la caratterizzazione di un deposito di valanga secondo il metodo della griglia di campionamento fornisce risultati attendibili per diametri di particelle superiori ai 40 – 50 mm. Tale metodologia non consente, però, di valutare la curva granulometrica relativa alle frazioni di dimensioni più piccole. La possibilità di eseguire una valutazione della granulometria della superficie deposito consente di mettere in luce l'azione di setacciatura compiuta dalla valanga durante il moto verso valle. La Figura 1 ne è una semplice dimostrazione. In futuro sarà quindi possibile avere un ulteriore strumento di analisi che consenta di misurare gli effetti dell'attrito statico e dinamico, e formulare un bilancio energetico all'interno del flusso valanghivo.

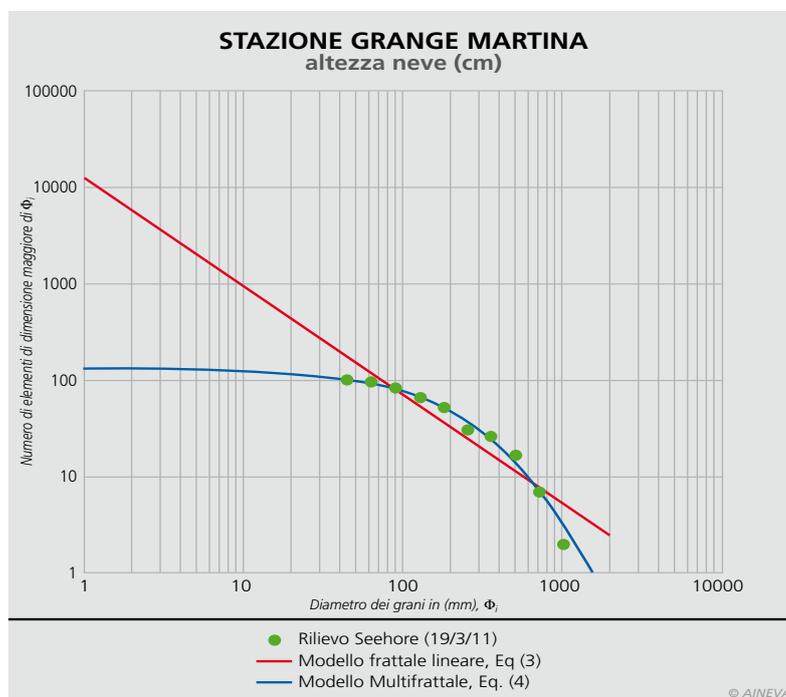


Fig. 5 - Confronto tra dati rilevati (punti verdi) e modelli teorici: il modello frattale semplice, rappresentato dall'eq. (3) ponendo  $B=12488$  e  $v=1.1262$ , è raffigurato con la linea rossa, il modello multifrattale, riportato nell'eq. (4) ponendo  $\alpha = 129$ ,  $\beta = 793$  e  $\gamma = 4.481$  (De Biagi et al., 2012).

## Bibliografia

- Autorità di Bacino del Fiume Po (ADBPO), Specifica per il rilievo delle caratteristiche granulometriche dei depositi d'alveo.
- Bartelt P and McARDell BW (2009) Granulometric investigations of snow avalanches. *J. Glaciol.*, 55(193), 829–833
- Buser O e Bartelt P (2009) Production and decay of random kinetic energy in granular snow avalanches. *J. Glaciol.*, 55(189), 3–12
- Carbone A, Chiaia B, Frigo B e Turk C (2009) Fractal model for snow. *Mater. Sci. Forum*, 638–642, 2555–2560
- Carbone A, Chiaia B, Frigo B e Turk C (2010) Snow metamorphism: a fractal approach. *Phys. Rev. E*, 82(3), 036103- 1–036103-5
- Chiaia BM e Frigo B (2007) Fractal and RG model for snow avalanche release. In Carini A, Mimmi G and Piva R, eds. *Proceedings of the 18th Congresso Nazionale dell'Associazione Italiana di Meccanica Teorica ed Applicata (AIMETA)*, 11– 14 September 2007, Brescia, Italy. Starrylink, Brescia
- Chiaia B e Frigo B (2009) A scale-invariant model for snow slab avalanches. *J. Stat. Mech. Theor. Exp.*, 2009(2), P02056
- De Biagi V, Chiaia B, Frigo B (2012). Fractal grain distribution in snow avalanche deposits. *Journal of Glaciology*, 58(208), 340–346
- Failletaz J, Louchet F e Grasso JR (2003) Possible self-organised criticality of snow avalanches. In *Conférence plénière au congrès Sud-Américain de Matériaux 2003 (Jornadas SAM 2003, Congreso Nacional de Metalurgia y Materiales de Chile, Simposio Materia)*, 17–21 November 2003, San Carlos de Bariloche, Argentina.
- Issler D, Errera A, Priano S, Gubler H, Teufen B e Krummenschacher B (2008) Inferences on flow mechanisms from snow avalanche deposits. *Ann. Glaciol.*, 49, 187–192
- Jomelli V e Bertran P (2001) Wet snow avalanche deposits in the French Alps: structure and sedimentology. *Geogr. Ann.*, 83A(1–2), 15–28
- Logan BE, Wilkinson DB (1990) Fractal geometry of marine snow and other biological aggregate. *Limnol. Oceanogr.*, 35(1), 130–136.
- Mandelbrot BB (1982) *The fractal geometry of nature*, 2nd edn. WH Freeman, New York
- Norem H, Irgens F and Schieldrop B (1987) A continuum model for calculating snow avalanche velocities. *IAHS Publ.* 162 Symposium at Davos 1986 – *Avalanche Formation, Movement and Effects*), 363–379.
- Rognon PG, Chevoir F, Bellot H, Ousset F, Naaim M e Coussot P (2008) Rheology of dense snow flows: inferences from steady state chute-flow experiments. *J. Rheol.*, 52(3), 729–748
- Rosenthal W e Elder K (2003) Evidence of chaos in slab avalanching. *Cold Reg. Sci. Technol.*, 37(3), 243–253
- Salm B e Gubler H (1985) Measurement and analysis of the motion of dense flow avalanches. *Ann. Glaciol.*, 6, 26–34
- Turcotte DL (1997) *Fractals and chaos in geology and geophysics*. Cambridge University Press, New York
- Wentworth, CK (1922). A scale of grade and class terms for clastic sediments, *J. Geology* V. 30, 377–392
- Wolman, MG (1954). A method of sampling coarse riverbed material, *Transaction AGU*, 35(6), 951–956