

Le configurazioni  
sinottiche tipiche  
delle nevicate  
intense osservate  
negli ultimi 40 anni

# NEVICATE INTENSE <sup>sulle</sup> ALPI PIEMONTESI

**Christian Ronchi,  
Mariaelena Nicoella**  
ARPA Piemonte  
Dipartimento Sistemi Previsionali  
Via Pio VII, 9 - 10135 Torino  
c.ronchi@arpa.piemonte.it  
m.nicoella@arpa.piemonte.it

Questo studio ha lo scopo di fornire un quadro climatico dell'innnevamento sulle alpi piemontesi, utilizzando le lunghe serie climatologiche disponibili. Dopo aver determinato e analizzato le nevicate più intense degli ultimi 40 anni, l'obiettivo del lavoro è di caratterizzare le principali configurazioni meteorologiche che determinano gli eventi di nevicata nelle zone in esame. La variabilità climatica di questi eventi è studiata in rapporto alla variabilità della circolazione atmosferica a grande scala nella regione Atlantico-Mediterranea tramite l'utilizzo delle tecniche di analisi in componenti principali e di clustering. I risultati evidenziano sette differenti configurazioni principali del campo di pressione in quota ed al suolo associate agli eventi più significativi, le quali producono effetti diversi in termini di quantità di neve misurata sulle Alpi Piemontesi.



Fig. 1 - Ubicazione delle stazioni di monitoraggio utilizzate per le elaborazioni.

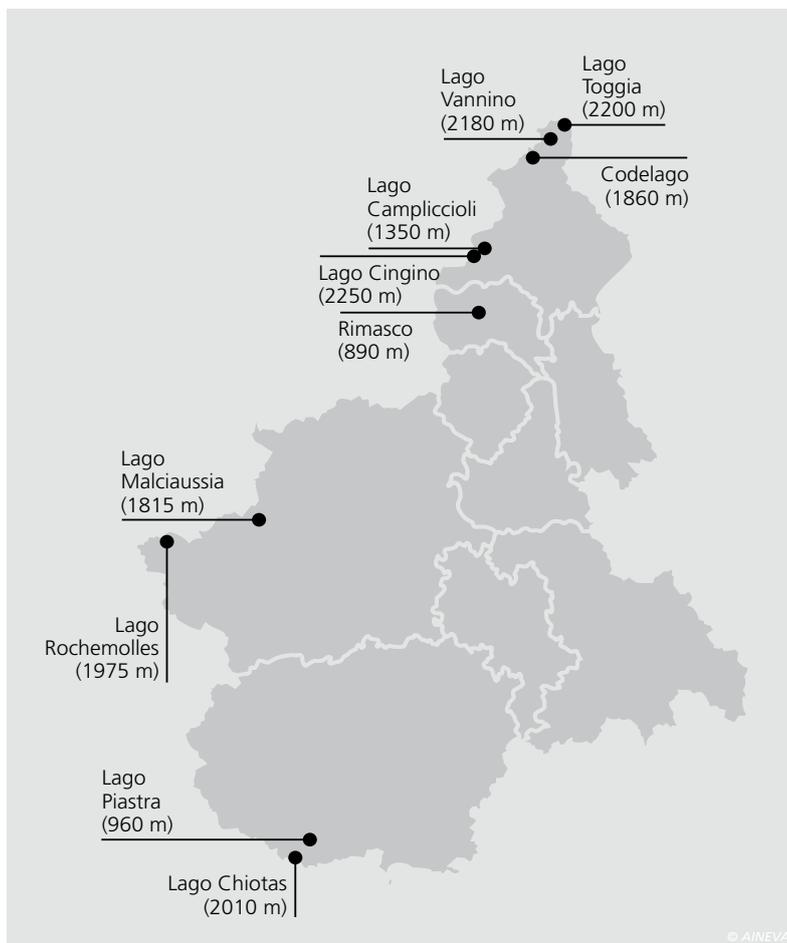
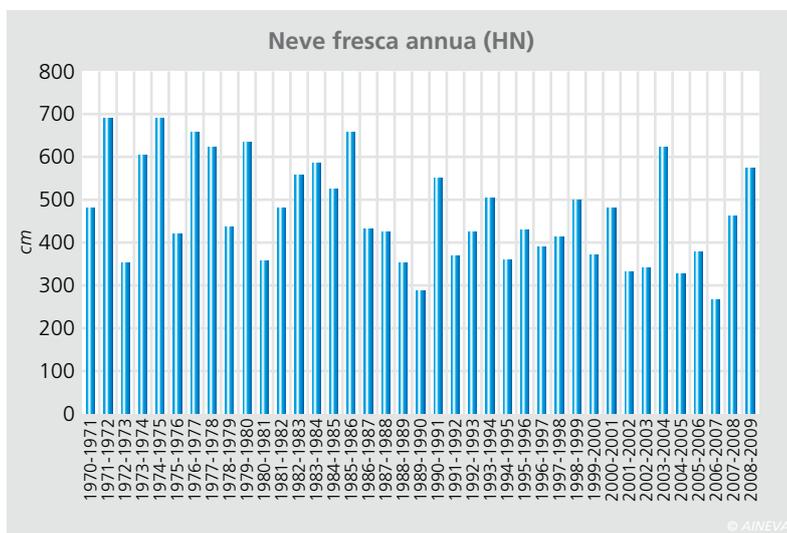


Fig. 2 - Dati di neve fresca delle stagioni invernali (1970-2009) in Piemonte.



## INTRODUZIONE

Il rilevamento e la raccolta di dati nivometrici hanno da sempre rappresentato per la Regione Piemonte una tematica di notevole interesse e rilevanza, sia per le funzioni di previsione e prevenzione del pericolo valanghe, sia per altri fini, tra i quali la creazione di banche dati, strumenti necessari per chiunque opera sul territorio montano nel campo della progettazione, pianificazione e gestio-

ne territoriale a scala locale. La Regione Piemonte, inizialmente attraverso la Direzione dei Servizi Tecnici di Prevenzione, poi attraverso l'Arpa Piemonte, Dipartimento Sistemi Previsionali, gestisce dal 1983 una rete di rilevamento nivometrico provvedendo al monitoraggio delle precipitazioni nevose, all'elaborazione ed al trattamento dei dati e all'emissione dei bollettini previsionali del pericolo valanghe. Oltre alle 76 stazioni di rilevamento

automatico, Arpa Piemonte raccoglie i dati delle 34 stazioni manuali, gestite da diversi enti e società, tra i quali collaborano l'Enel, IREN Energia, l'Amministrazione Provinciale di Cuneo, la Comunità Montana Valli dell'Ossola ed i Parchi e Riserve Naturali Regionali. Le stazioni sono distribuite omogeneamente su tutto l'arco alpino piemontese, a quote comprese tra i 600 m e i 2800 m. Questo studio ha lo scopo di fornire un quadro climatico dell'innescamento sulle alpi piemontesi, utilizzando le lunghe serie climatologiche disponibili. Dopo aver determinato e analizzato le nevicate più intense degli ultimi 40 anni, l'obiettivo del lavoro è di caratterizzare le principali configurazioni meteorologiche che determinano gli eventi di nevica nelle zone in esame. La variabilità climatica di questi eventi è studiata in rapporto alla variabilità della circolazione atmosferica a grande scala nella regione Atlantico-Mediterranea.

## ANALISI PRELIMINARE DEI DATI AL SUOLO

Sono state selezionate le stazioni di

- Codelago ( 1860 m)
- Lago Campliccioli (1350 m)
- Lago Chiotas (2010 m)
- Lago Cingino (2250 m)
- Lago Malciaussia (1815 m)
- Lago Piastra (960 m)
- Lago Rochemolles (1975 m)
- Lago Toggia (2200 m)
- Lago Vannino (2180 m)
- Rimasco (890 m)

i cui dati sono disponibili dal 1970 al 2009 (Fig.1).

Al fine di disporre di un'indicazione a livello "regionale" della distribuzione delle nevicate, sono stati individuati i valori di neve fresca (HN) mensili riferiti alle stagioni invernali a partire dal mese di ottobre e fino al mese di maggio. Si precisa che per la stagione 2008-2009 i dati sono disponibili soltanto fino a febbraio (Fig.2). Dall'analisi dei dati si evince che gli anni settanta sono stati i più nevosi: la stagione invernale (da ottobre a maggio) più nevosa è stata quella del 1971-1972 (692

cm), seguita dal 1974-1975 (691 cm) e dal 1976-1977 (660 cm). Nella tabella di Fig. 3 sono riportati i mesi più nevosi riferiti alla singola stagione invernale.

Sono anche stati individuati i giorni nevosi, ossia quelli con almeno 1 cm di neve depositatasi al suolo (BIANCOTTI et al., 1998). Le stagioni invernali in cui si è registrato il maggior numero di giorni nevosi sono quella del 1974-1975 e del 1976-1977 con 85 giorni, seguite dalle stagioni 1982-1983 e 2003-2004 con 80 giorni (Fig.4). Una volta esaminati i dati misurati dai nivometri per realizzare una fotografia delle casistiche osservate in 40 anni, sono state studiate e catalogate le configurazioni sinottiche a larga scala che influenzano maggiormente gli eventi di nevicate significative e diffuse sull'arco alpino nord occidentale (P. ESTEBAN, 2005). Va considerato che, data la disposizione orografica delle alpi piemontesi, le precipitazioni nevose vengono innescate da flussi umidi e freddi di natura ed origine molto variegata, avendo la catena alpina una disposizione sud-ovest-nord che abbraccia più di due quadranti della rosa dei venti. Riconoscere e caratterizzare le situazioni sinottiche collegate a nevicate significative e diffuse diventa quindi un passaggio fondamentale, sia per fornire supporto in fase previsionale, sia per districarsi nella complessa varietà di situazioni che si possono verificare. Il primo passo è senz'altro quello di definire quantitativamente il concetto di nevicata significativa. Nella presente analisi la

scelta è stata di isolare, all'interno di tutte le serie storiche di neve fresca delle 10 stazioni a disposizione, quelle giornate in cui l'accumulo medio registrato è stato di almeno 20 cm. I nivometri di Lago Piastra e Rimasco si trovano ad una quota vicina ai 1000 m, scegliere quindi la soglia di 20 cm come punto di partenza per l'intera analisi, garantisce di tenere conto di eventi nevosi diffusi da metà montagna fino in quota e, d'altro canto, permette di avere un campione statisticamente ampio per trarre considerazioni generali robuste. Il periodo interannuale preso in considerazione abbraccia i mesi da novembre fino ad aprile per gli anni che vanno dal 1979 al 2009. Il numero di anni considerato è leggermente ridotto rispetto alla disponibilità di misurazioni totali, questo perché per le analisi dell'atmosfera a larga scala si sono utilizzati i dati di altezza del geopotenziale a 500 hPa e a 1000 hPa provenienti dall'archivio di re-analisi ERA Interim di ECMWF, il quale parte proprio dal 1979 per arrivare sino ai nostri giorni. Alla luce di queste premesse, gli eventi selezionati sono stati 101, suddivisi in maniera non uniforme su base mensile, come si evince dalla tabella di Fig.5.

## ANALISI IN COMPONENTI PRINCIPALI DELL'ATMOSFERA

Per ciascuna delle giornate in cui la precipitazione nevosa media registrata dai

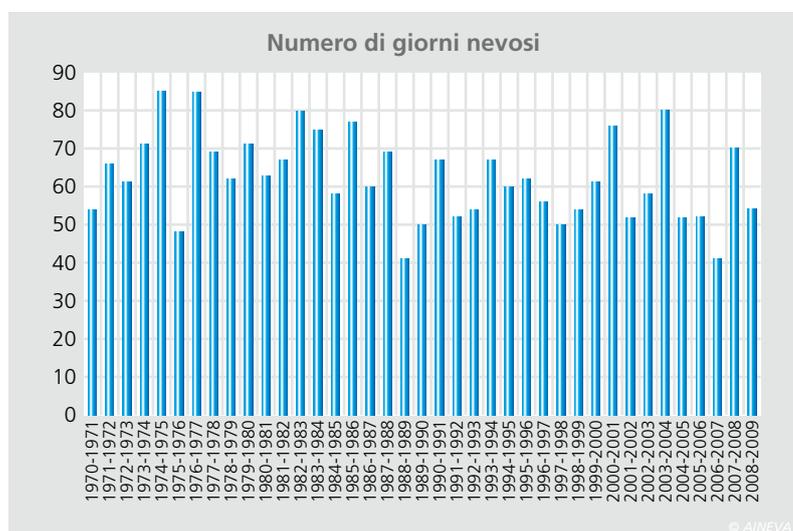
nivometri in esame ha superato i 20 cm, si sono considerati i rispettivi campi di altezza media dell'isobara a 500 hPa, ed è stata compiuta una analisi in componenti principali (PCA) al fine di isolare i pattern principali (ovvero le configurazioni sinottiche prevalenti) che spiegano la maggior parte della varianza totale dell'atmosfera per i casi di nevicate significative, definite nel paragrafo precedente.

Il dominio territoriale scelto per effettuare la PCA va dalle longitudini 60W-60E e dalle latitudini 20N-80N: questo permette di considerare l'area di studio (il Piemonte) sufficientemente centrata all'interno del dominio stesso ed inoltre valutare una porzione sufficientemente estesa da tener conto dell'andamento atmosferico nelle zone di maggior interesse per la provenienza delle masse d'aria che incidono sulle nevicate in Piemonte, ossia lo scenario nord atlantico, mediterraneo, scandinavo, artico e continentale.

L'Analisi in Componenti Principali applicata in meteorologia e climatologia permette, di base, di spiegare la maggior variabilità spaziale e temporale possibile, di un determinato campo atmosferico, utilizzando il minor numero di informazioni possibili (Hannachi et al. 2007).

Applicandola all'altezza del geopotenziale-

Sotto, fig. 3 - I mesi più nevosi relativi alle stagioni invernali (1970-2009) in Piemonte; a sinistra, fig. 4 - Numero di giorni nevosi delle stagioni invernali (1970-2009) in Piemonte.



STAGIONE INVERNALE	MESE	HN max (cm)
1976 - 1977	ottobre	75
2000 - 2001	novembre	160
2008 - 2009	dicembre	230
1977 - 1978	gennaio	237
1973 - 1974	febbraio	231
1974 - 1975	marzo	197
1985 - 1986	aprile	210
1983 - 1984	maggio	98

MESE	N° EVENTI
Novembre	10
Dicembre	21
Gennaio	24
Febbraio	15
Marzo	16
Aprile	15

Fig. 5 - Numero di eventi nevosi significativi in termini di medie complessive in Piemonte (1979-2009).

le a 500 hPa (dopo che lo stesso è stato standardizzato e pesato per un fattore che tenga conto della correzione latitudinale) è possibile suddividere la matrice rappresentante i 101 casi in esame in due membri indipendenti fra loro: una componente spaziale (pattern-EOF) a cui è associata una componente temporale (serie storica-PC). Entrambe le matrici rappresentative delle due differenti componenti sono ortonormali al loro interno e la loro combinazione lineare spazio-temporale permette di ricostruire ogni singola situazione giornaliera. Inoltre le singole componenti vengono ordinate in base alla frazione di varianza totale spiegata: questo consente di ope-

rare un "taglio" al numero di membri da considerare tale da salvare il maggior numero di informazione possibile con il minor numero di modi in cui tale informazione si dispiega. La figura 6 mostra quanto appena descritto, ossia rappresenta la frazione di varianza totale spiegata da ciascuna componente principale (figura 6a) e la regola empirica di North (North et al., 1982) che permette di effettuare una selezione del numero di componenti principali da ritenere per l'analisi sui dati oggetto di studio. Si nota che i primi 8 modi risultano ben separati fra loro (ad esclusione del 7° che tende ad essere degenere) mentre i modi con ordinale superiore ad 8 tendono velocemente ad essere assimilabili

a puro rumore. Osservando la figura 6b la situazione appare ancora più chiara: le componenti fino all'8a sono sempre superiori a zero, mentre oltre si osserva una rapida convergenza allo zero, limite che viene utilizzato in letteratura per operare il taglio delle componenti principali non significative (o quanto meno non distinguibili dal rumore del segnale). Da notare che la frazione totale di varianza spiegata dalle prime 8 componenti è di circa il 74%, quindi un valore molto alto che permette di proseguire l'analisi del geopotenziale senza perdere di generalità (Fig. 6).

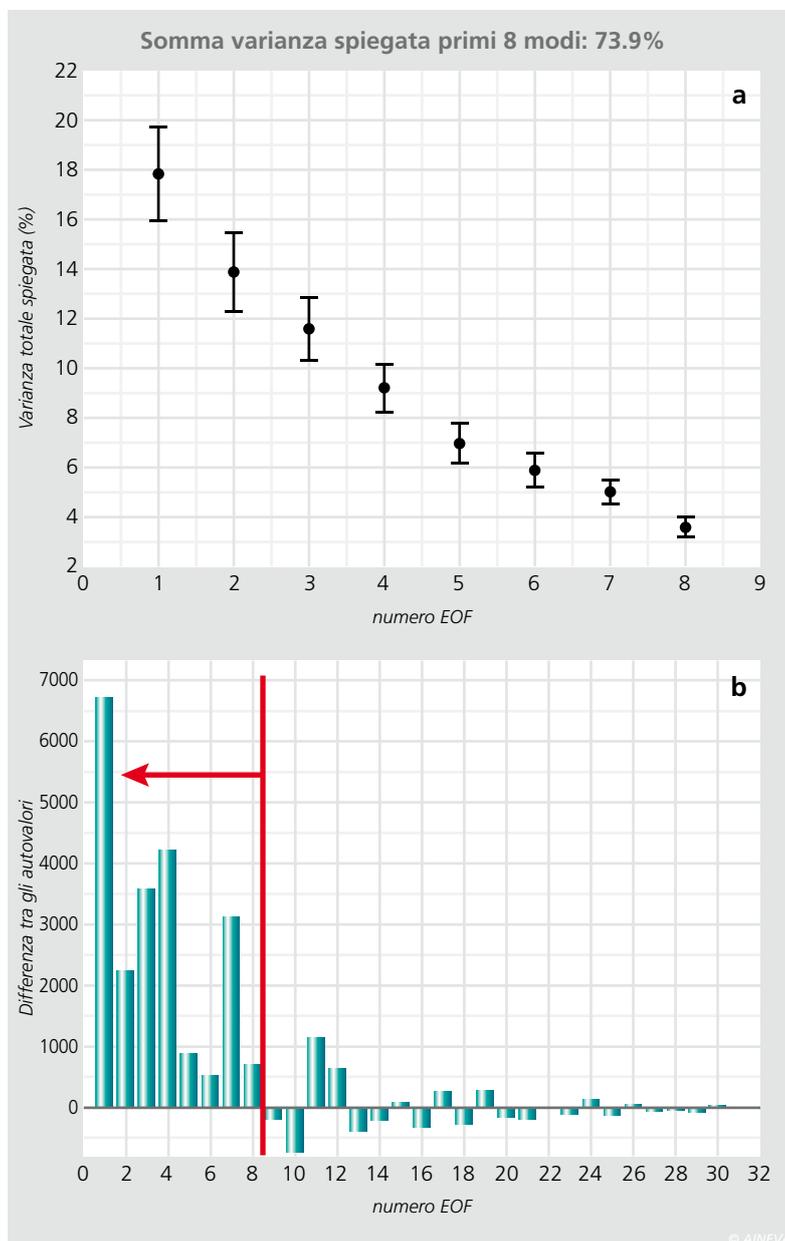
## LA CARATTERIZZAZIONE DEI TIPI DI TEMPO

Per arrivare alla definizione di situazioni sinottiche caratteristiche di eventi nevosi significativi, sono tuttavia necessari ancora due ulteriori passaggi. Il primo è senz'altro quello di ruotare le 8 componenti principali secondo un algoritmo di massima semplicità (varimax, in questo caso) così da poter meglio interpretare da un punto di vista fisico, i pattern selezionati. La rotazione varimax mantiene ortonormali fra loro i pattern spaziali del campo di pressione in esame ma "mischia" il loro andamento temporale: quest'ultimo punto è importante, in quanto i modi fisici che spiegano un particolare fenomeno quasi mai sono totalmente indipendenti fra loro e quindi la rotazione in qualche modo rende l'analisi maggiormente aderente alla realtà osservata.

Il secondo passaggio è quello di raggruppare le serie storiche dei pattern spaziali ruotati in insiemi omogenei, utilizzando una tipologia di algoritmo di clustering. Nel presente lavoro si è scelto l'algoritmo non gerarchico detto *K-means* il quale permette di suddividere gruppi di oggetti in K partizioni sulla base dei loro attributi secondo una regola di massima somiglianza (McQueen, 1967).

Nel nostro caso il numero K di ripartizioni è facilmente definibile a priori, ossia 8 come il numero delle EOF ritenute e ruotate che rimangono ortonormali (cioè indipendenti) fra loro.

Fig. 6 - Percentuale di varianza totale spiegata da ciascun pattern del geopotenziale a 500 hPa (sinistra) e rappresentazione grafica della regola empirica di North (destra), utilizzata come criterio di selezione delle componenti principali da conservare nell'analisi.



Nella pagina a fianco, fig. 7 - Le differenti tipologie del campo di pressione in quota (altezza del geopotenziale a 500 hPa, shaded) ed al suolo (altezza del geopotenziale a 1000 hPa, contour) per i sette cluster calcolati tramite l'analisi in componenti principali del geopotenziale a 500 hPa e il successivo processo di clustering k-means delle prime 8 serie storiche delle EOF. In figura è rappresentato l'ensemble mean per ciascun cluster. Tutti i valori sono espressi in m.

Nella pratica, la suddivisione in 8 gruppi ha evidenziato un insieme popolato solo di due elementi (giornate) oltretutto consecutive fra loro, di conseguenza il processo di *clustering* è stato ripetuto con  $K=7$ .

La figura 7 mostra il campo di geopotenziale a 500 hPa medio per ciascun cluster (*shaded*) associato al rispettivo campo di geopotenziale a 1000 hPa medio (*contour*).

Quest'ultimo passaggio si è reso necessario per poter operare una caratterizzazione della tipologia di pattern atmosferici tenendo conto anche della situazione della pressione al suolo e non solo in libera atmosfera.

Esaminando nel dettaglio l'andamento della pressione nel giorno che rappresenta meglio ognuno dei 7 gruppi (ossia il medoide di ciascun cluster) ed in quelli precedenti, è possibile produrre una tipizzazione meteorologica dei 7 differenti ensemble mean computati tramite la PCA:

**Cluster 1:** saccatura di origine nord atlantica con forte alimentazione di aria fredda polare e blocco d'alta pressione che si estende dal Mediterraneo orientale fin sulla Svezia; il sistema genera, nel suo ingresso sul Mediterraneo occidentale, un minimo di pressione al suolo posizionato sul Golfo Ligure;

**Cluster 2:** *cut-off* sulla Francia meridionale, con forte spinta verso nord da parte dell'alta pressione delle Azzorre presente sull'Atlantico; al suolo si genera un minimo di pressione posizionato sul Golfo Ligure;

**Cluster 3:** simile al *cluster 1*, con saccatura primaria di origine nord atlantica e blocco ad est che si allunga tra Turchia e Russia; in quota l'aria è più fredda rispetto al *cluster 1* (spesso si osserva una goccia fredda in transito sulle Alpi) ed al suolo è presente il minimo sul Golfo Ligure;

**Cluster 4:** discesa di aria fredda e relativamente umida dalla Scandinavia, uno dei pochi pattern non di origine atlantica; si può formare un minimo barico al suolo nel catino padano o sull'alto Adriatico.

**Cluster 5:** *cut-off* barotropico originato da una saccatura atlantica con blocco di

alta pressione sull'Europa orientale (esteso sino alla Finlandia) e con un minimo al suolo posizionato sul Golfo del Leone (tipica configurazione alluvionale per il nord ovest italiano nelle stagioni autunno/primavera);

**Cluster 6:** *cut-off* baroclinico, posizionato in quota sul golfo di Biscaglia ed al suolo sulle isole Baleari; un forte blocco di alta pressione sulle isole Britanniche favorisce la formazione del *cut-off* stesso associato a venti di scirocco;

**Cluster 7:** la classica saccatura di origine atlantica, senza formazione di particolari minimi al suolo che dispone le correnti umide da sud sud-ovest sull'arco alpino nordoccidentale.

Come era lecito attendersi, la maggior parte delle masse d'aria identificate nelle 7 caratterizzazioni sinottiche ha un'origine atlantica e/o subtropicale; l'aspetto che differenzia maggiormente i cluster sono la formazione o meno di *cut-off* in quota e di minimi barici al suolo e il loro posizionamento, spesso dipendente dal tipo di blocco di alta pressione presente sull'est e sul nord dell'Europa.

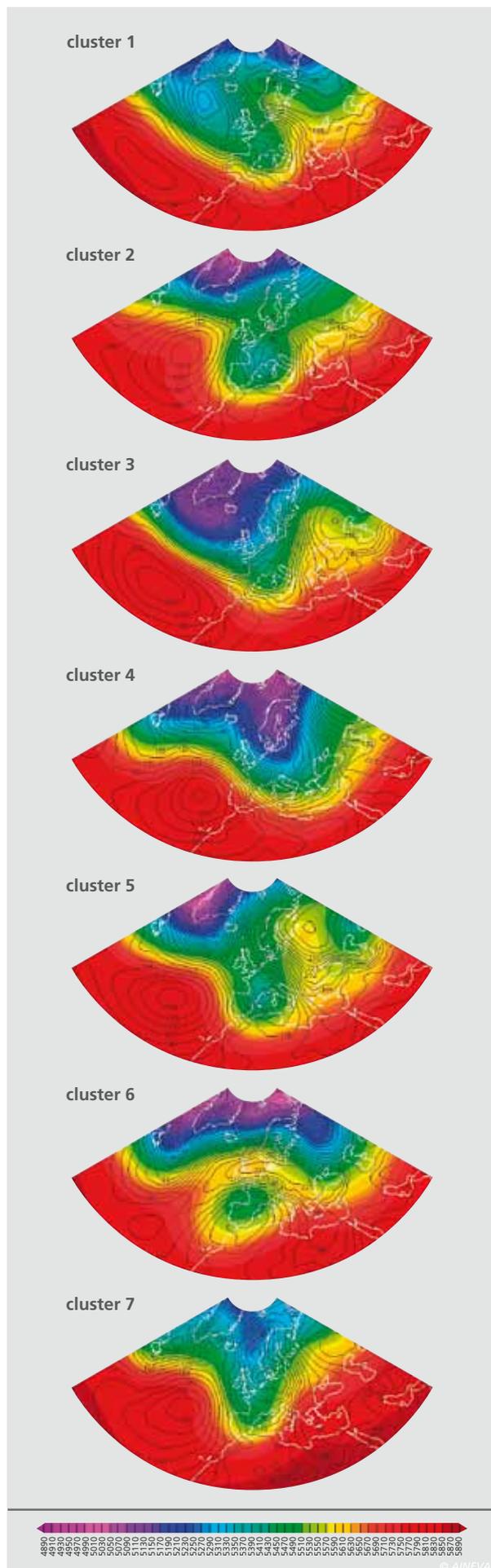
Fa eccezione il *cluster 4*, dove le masse d'aria in gioco hanno origine da nord, dalla Scandinavia o comunque da aree continentali.

La tabella di Fig. 8 riassume la classificazione dei cluster evidenziando le peculiarità di ciascun gruppo in base ad alcune considerazioni meteorologiche significative.

La figura 9 mostra la suddivisione mese per mese nel periodo 1979-2009 dei differenti tipi di tempo, come frequenza assoluta (Fig. 9a) e relativa in percentuale del totale del mese (Fig. 9b).

Nonostante la relativa ampiezza del campione statistico ponga qualche limite alla generalizzazione, si possono tuttavia trarre alcune considerazioni quantitative e qualitative di massima:

- I *cluster* più frequenti sono i primi due (circa il 20% del totale per entrambi) che spiegano la maggior parte della varianza; viceversa il meno frequente è il settimo (circa il 10% del totale).



	ALIMENTAZIONE SACCATURA	POSIZIONE CUT-OFF IN QUOTA	POSIZIONE MINIMO AL SUOLO	POSIZIONE BLOCCO ALTA PRESSIONE
Cluster 1	Artico / Nord America	NO	Golfo Ligure	Turchia / Svezia
Cluster 2	Subtropicale	Francia Sud	Golfo Ligure	Turchia
Cluster 3	Artico / Nord America	NO	Golfo Ligure	Turchia / Russia
Cluster 4	Scandinavia / Russia	NO	Alto Adriatico	Azzorre
Cluster 5	Artico / Subtropicale	Golfo del Leone	Golfo del Leone	Turchia / Finlandia
Cluster 6	Atlantico / Subtropicale	Golfo di Biscaglia	Isole Baleari	Isole Britanniche
Cluster 7	Atlantico / Subtropicale	NO	NO	NO

© AINEVA

Fig. 8 - Caratteristiche sinottiche principali associate a ciascuno dei sette cluster che contraddistinguono le nevicate significative in Piemonte (1979-2009).

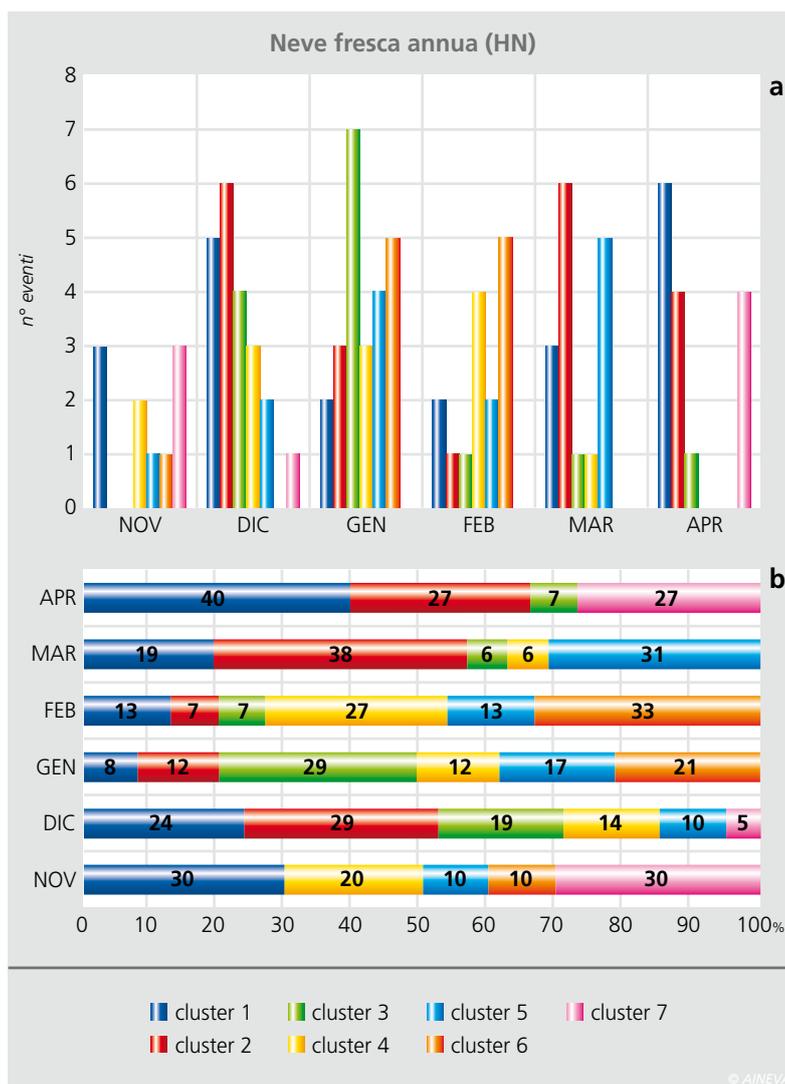


Fig. 9 - Numero di casi per ciascun tipo di tempo meteorologico e per ciascun mese da novembre ad aprile riscontrati nel periodo 1979-2009 (6a, in alto) e frequenze percentuali relative (6b, in basso).

- Il cluster 7, ossia la classica saccatura atlantica si riscontra essenzialmente nei mesi autunnali e primaverili (novembre ed aprile): qui è la posizione dell'altezza dello zero termico a fare la differenza tra eventi di pioggia o neve.
- L'unica tipologia a manifestarsi in tutti i mesi è il cluster 1 che, escluso febbraio, è presente in modo importante per tutto l'inverno.
- In nessun mese si riscontrano tutti e 7 i cluster.
- Il cluster 4 (masse d'aria dalla Scandinavia) è preponderante a Febbraio e lo si riscontra in quasi tutti i mesi ad esclusione di aprile.
- Il cluster 5, ossia il cut-off barotropico freddo in quota e con forte blocco di alta pressione ad est fin sulla Russia, è presente in quasi tutti i mesi e preponderante in marzo.

## IL LEGAME STATISTICO TRA TIPI DI TEMPO E NEVICATE INTENSE

Dopo aver compiuto la caratterizzazione delle situazioni sinottiche che influenzano le nevicate significative sull'area di studio, è possibile collegare in modo maggiormente quantitativo come questi differenti pattern di pressione (*cluster* nel nostro caso) si leghino alle nevicate in termini di apporto cumulato di neve fresca giornaliera osservato al suolo dalla rete di nivometri storica.

Per raggiungere questo scopo e tenendo sempre a mente che l'ampiezza del campione statistico è limitata a 101 casi totali, si è realizzato un grafico di tipo *boxplot* per ciascuno dei 7 cluster, al fine di capire come i quantitativi di neve fresca registrati si dispongano statisticamente a seconda del differente tipo di tempo meteorologico cui sono influenzati. La figura 10 riassume quanto premesso.

Si nota che, in generale, la mediana di ciascun tipo di tempo varia in un intervallo ristretto (dai 24.5 cm del cluster 1 ai 32 cm del cluster 5) ma le differenze maggiori si evidenziano quando si tiene conto della varianza dei casi per ogni singola tipologia meteorologica e dei rispettivi estremi. Il cluster 4, caratterizzato dall'aria di origine Scandinava, è in generale quello che presenta la minor varianza come valori osservati di neve fresca ed in generale non sono stati registrati eventi con più di 40 cm medi sulle 10 stazioni di rilevamento. Viceversa, il cluster 5 è quello che presenta di gran lunga il maggior range interquartile e che ha prodotto anche eventi massimi di oltre 60 cm medi sull'area.

Il cluster 2 e 6 entrambi legati a cut-off in quota ma con minimi al suolo rispettivamente su Golfo Ligure e Baleari sono quelli che producono le nevicate mediamente più abbondanti. Interessante la situazione prodotta dai cluster 1, 3 e 7 che pur avendo differenti fenomenologie e frequenze nell'arco dell'inverno mostrano mediane paragonabili (attorno ai 25 cm), varianze anch'esse paragonabili tra loro ed un netto scostamento tra i valori di mediana e

di media. Il fatto che quest'ultimi *pattern* siano molto frequenti nei mesi di transizione tra le stagioni autunno/inverno ed inverno/primavera, suggerisce che lo sbilanciamento asimmetrico della loro distribuzione (molti casi con "poca" neve e pochi con "molta" neve), possa essere legato alla temperatura delle masse d'aria coinvolte ed a quella preesistente sull'area di studio, fattori questi che influenzano direttamente l'altezza dello zero termico e di conseguenza anche il passaggio di stato pioggia/neve.

## CONCLUSIONI

Lo studio dei dati di precipitazione nevosa osservati dai dieci nivometri del Piemonte con le più lunghe serie storiche mostra come gli inverni in cui si sono misurate le nevicate più copiose ed il maggior numero di giornate nevose siano occorsi negli anni '70, in particolare nelle stagioni invernali 1971-1972 (692 cm), 1974-1975 (691 cm) e 1976-1977 (660 cm).

L'analisi in componenti principali dell'altezza del campo di geopotenziale a 500 hPa, nelle giornate con nevicate medie superiori ai 20 cm per il periodo invernale 1979-2009, e la successiva operazione di *clustering*, ha evidenziato la presenza di sette differenti configurazioni sinottiche che caratterizzano gli eventi nevosi significativi sull'arco alpino piemontese. Di queste, in sei casi le masse d'aria coinvolte hanno origine atlantica o subtropicale, mentre in un caso si tratta di masse d'aria d'origine Scandinava o continentale.

Le nevicate mediamente meno intense e con valori poco dispersi attorno al valor medio, si misurano quando le masse d'aria coinvolte sono di origine Scandinava o continentale e sono più frequenti nei mesi di dicembre e gennaio. Viceversa, le nevicate mediamente più significative si osservano quando in quota si origina un *cut-off* tra la Francia e la penisola Iberica, associato ad un minimo di pressione centrato rispettivamente su golfo Ligure ed isole Baleari.

Infine le nevicate più copiose in termini di "estremi", si registrano ancora quando

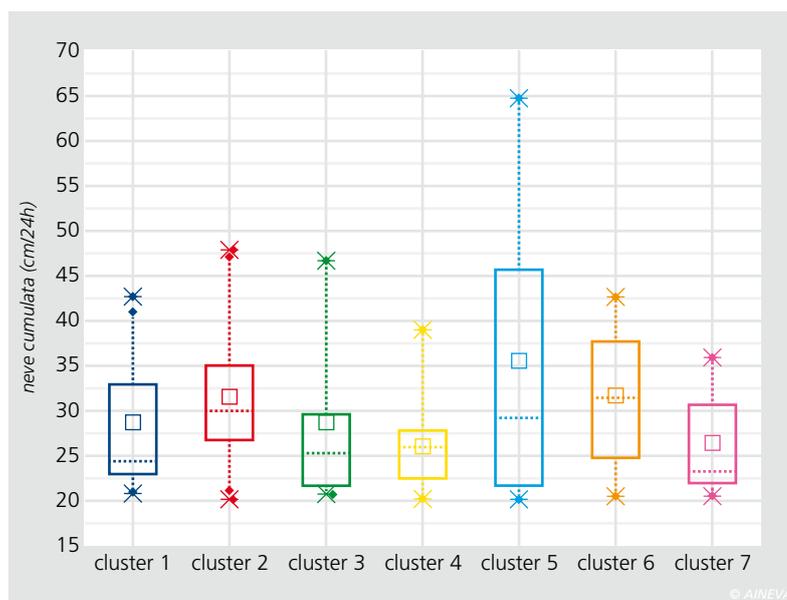


Fig. 10 - Boxplot che riassume per ciascun cluster, la disposizione statistica degli eventi nevosi ad esso connessi. La distanza interquartilica è il 50%, le barre includono il 5° e il 95° percentile, la linea orizzontale è la mediana e il simbolo quadrato la media.

in quota si forma un *cut-off* tra Francia ed Italia ed al suolo un minimo sul Golfo del Leone, ma sono associati a venti di scirocco ed ad un intenso blocco di alta pressione che dal Mediterraneo orientale si estende fino alla penisola Scandinava. Quest'ultima configurazione, che si verifica in prevalenza nei mesi di transizione verso o in uscita dall'inverno, è molto simile a quella che si può riconoscere spesso nei casi di eventi alluvionali sul Piemonte.

## RINGRAZIAMENTI

Si ringrazia la SMI per la fornitura dei dati non compresi negli archivi di Arpa Piemonte e disponibili invece presso gli uffici dell'ex ENEL.

Si ringraziano i colleghi del Dipartimento Sistemi Previsionali di Arpa Piemonte che hanno contribuito alla realizzazione di questo studio.

## Bibliografia

- A. BIANCOTTI, M. CAROTTA, L. MOTTA, E. TURRONI. (1998) Le precipitazioni nevose sulle Alpi Piemontesi Collana Studi climatologici in Piemonte, 2, Regione Piemonte.
- P. ESTEBAN, PD. JONES, J. MARTÍN-VIDE E M. MASES, (2005) Atmospheric circulation patterns related to heavy snowfall days in Andorra, Pyrenees. International Journal of Climatology, 25 (3). pp. 319-329
- A. HANNACHI, IT. JOLLIFFE, DB. STEPHENSON (2007) Empirical orthogonal functions and related techniques in atmospheric science: A review, Int. J. Climatology, volume 27, pages 1119-1152.
- GR NORTH, TL BELL, RF CAHALAN, FJ MOENG. (1982) Sampling errors in the estimation of empirical orthogonal functions. Monthly Weather Review 110: 699-706.
- J. B. MACQUEEN (1967) Some Methods for classification and Analysis of Multivariate Observations, Proceedings of 5-th Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability, Berkeley, University of California Press, 1:281-297